

Introducció a l'Econometria

Capítol 6

Ezequiel Uriel Jiménez
Universitat de València

València, 2019

6 Relaxació dels supòsits en el model lineal clàssic

6.1 Relaxació dels supòsits del MLC: una panoràmica

6.2 Errors d'especificació

6.3 Multicolinealitat

6.4 Contrast de normalitat

6.5 Heteroscedasticitat

6.6 Autocorrelació

Exercicis

Apèndix 6.1

6.2 Errors d'especificació

QUADRE 6.1. Resum del biaix en $\tilde{\beta}_2$ quan s'omet x_2 en l'equació estimada.

	$Corr(x_2, x_3) > 0$	$Corr(x_2, x_3) < 0$
$\beta_3 > 0$	Biaix positiu	Biaix negatiu
$\beta_3 < 0$	Biaix negatiu	Biaix positiu

6.2 Errors d'especificació

EXEMPLE 6.1 Especificació errònia en un model de determinació dels salaris (fitxer wage06sp)

Model inicial $wage = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 tenure + u$

$$wage_i = \underset{(1.55)}{4.679} + \underset{(0.146)}{0.681} educ_i + \underset{(0.071)}{0.293} tenure_i$$

$$R_{init}^2 = 0.249 \quad n = 150$$

Model augmentat $wage = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 tenure + \alpha_1 wage^2 + \alpha_2 wage^3 + u$

$$R_{augm}^2 = 0.289$$

$$F = \frac{(R_{augm}^2 - R_{init}^2) / r}{(1 - R_{augm}^2) / (n - h)} = 4.18$$

6.3 Multicolinealitat

EXEMPLE 6.2 Analitzant la multicolinealitat en el cas de l'absentisme laboral (fitxer *absent*)

QUADRE 6.2. Tolerància i *FEV*.

	Estadístiques de colinealitat	
	Tolerància	<i>FEV</i>
edat	0.2346	42.634
antiguitat	0.2104	47.532
salari	0.7891	12.673

6.3 Multicolinealitat

EXEMPLE 6.3 Analitzant la multicolinealitat dels factors que determinen el temps dedicat al treball domèstic (fitxer *timuse03*)

$$houswork = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 hhinc + \beta_4 age + \beta_5 paidwork + u$$

$$K = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} = \sqrt{\frac{542.14}{7.06E-06}} = 8782$$

QUADRE 6.3. Arrels característiques i proporcions de descomposició de la varianza.

Raíces características	7.03E-06	0.000498	0.025701	1.861396	542.1400
-------------------------------	----------	----------	----------	----------	----------

Proporcions de descomposició de la varianza

Variable	Associated Eigenvalue				
	1	2	3	4	5
C	0.999995	4.72E-06	8.36E-09	1.23E-13	1.90E-15
EDUC	0.295742	0.704216	4.22E-05	2.32E-09	3.72E-11
HHINC	0.064857	0.385022	0.209016	0.100193	0.240913
AGE	0.651909	0.084285	0.263805	5.85E-07	1.86E-08
PAIDWORK	0.015405	0.031823	0.007178	0.945516	7.80E-05

6.4 Contrast de normalitat

EXEMPLE 6.4 És acceptable la hipòtesi de normalitat en el model per analitzar l'eficiència de la Borsa de Madrid? (fitxer *bolmadedf*)

$$n=247$$

QUADRE 6.4. Contrast de normalitat en el model de la Borsa de Madrid.

<i>coeficient d'asimetria</i>	<i>coeficient de curtosi</i>	<i>estadístic Bera i Jarque</i>
-0.0421	4.4268	21.0232

6.5 Heteroscedasticitat

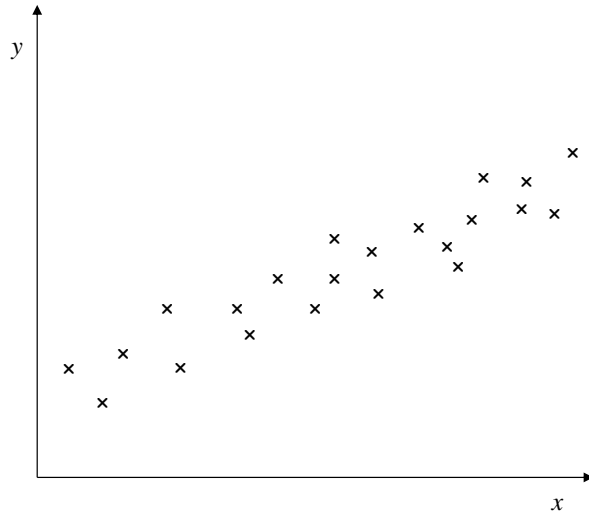


FIGURA 6.1. Diagrama de dispersió corresponent a un model amb pertorbacions homoscedàstiques.

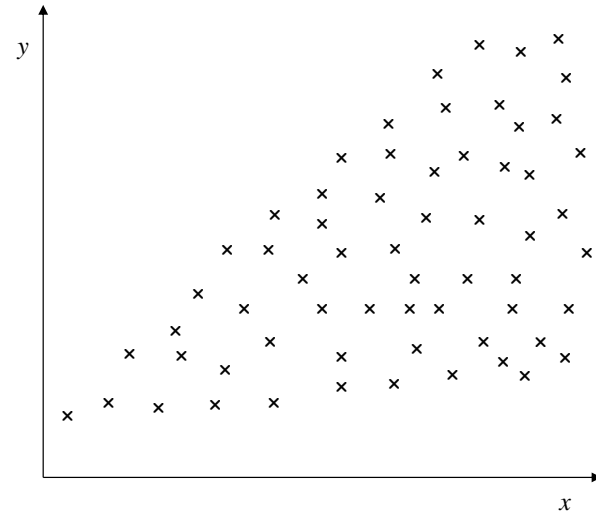


FIGURA 6.2. Diagrama de dispersió corresponent a un model amb pertorbacions heterocedàstiques

6.5 Heteroscedasticitat

EXEMPLE 6.5 Aplicació del contrast de Breusch-Pagan-Godfrey

QUADRE 6.5. Dades de *hostel* i *renda*.

<i>i</i>	<i>hostel</i>	<i>renda</i>
1	17	500
2	24	700
3	7	250
4	17	430
5	31	810
6	3	200
7	8	300
8	42	760
9	30	650
10	9	320

Pas 1. S'apliquen MQO al model: $hostel = \beta_1 + \beta_2 renda + u$

i, utilitzant les dades del quadre 6.5, s'obté el següent model estimat

$$hostel_i = -7.427 + 0.0533 renda_i$$

(3.48) (0.0065)

Els residus corresponents a aquest model ajustat apareixen en el quadre 6.6.

6.5 Heteroscedasticitat

EXEMPLE 6.5 Aplicació del contrast de Breusch-Pagan-Godfrey (Cont.)

QUADRE 6.6. Residus de la regressió de *hostel* sobre *renda*.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\hat{u}_i	-2.226	-5.888	1.1	1.505	-4.751	-0.234	-0.565	8.913	2.777	-0.631

Pas 2. La regressió auxiliar a estimar serà la següent:

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \text{renda}_i + \eta_i$$

$$\hat{u}_i^2 = -23.93 + 0.0799 \text{renda} \quad R^2 = 0.5045$$

Pas 3. L'estadístic *BPG* és:

$$BPG = nR_{ar}^2 = 10 \cdot 0.56 = 5.05$$

Pas 4. Atès que $\chi_2^{2(0.05)} = 3.84$, es rebutja la hipòtesi nul·la d'homoscedasticitat per a un nivell del 5%, ja que $BPG > 3.84$, però no per al nivell de significació de l'1%.

6.5 Heteroscedasticitat

EXEMPLE 6.6 Aplicació del contrast de White (dades quadre 6.5)

Pas 1. Aquest pas és igual que en el contrast de Breusch-Pagan-Godfrey.

Pas 2. Els regressors de la regressió auxiliar són:

$$\psi_{1i} = 1 \quad \forall i$$

$$\psi_{2i} = 1 \times renda_i$$

$$\psi_{3i} = renda_i^2$$

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 renda_i + \alpha_3 renda_i^2 + \eta_i$$

$$\hat{u}_i^2 = 14.29 - 0.10renda_i + 0.00018renda_i^2 \quad R^2 = 0.56$$

Pas 3. L'estadístic W és:

$$W = nR^2 = 10 \cdot 0.56 = 5.60$$

Pas 4. Àtès que $\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$, es rebutja la hipòtesi nul·la d'homoscedasticitat per a un nivell del 10% ja que $W = NR^2 > 4.61$, però no per nivells de significació del 5% i de l'1%.

6.5 Heteroscedasticitat

EXEMPLE 6. 7. Contrastos d'heteroscedasticitat en el model doblement logarítmic per explicar el valor de mercat dels bancs espanyols (fitxer bolmad95)

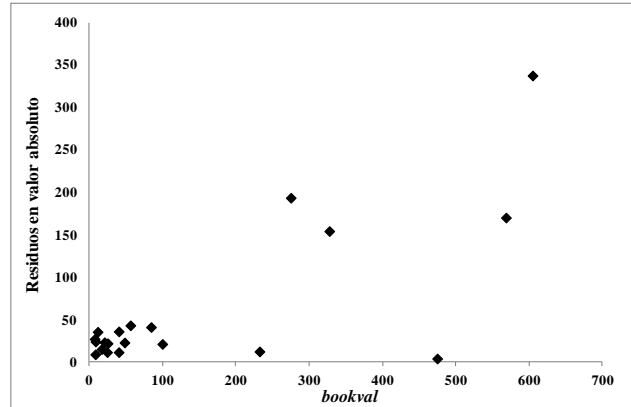
Heteroscedasticitat en el model lineal

$$marktval = \beta_1 + \beta_2 bookval + u$$

$$marktval = 29.42 + 1.219 bookval$$

(30.85) (0.127)

$$n = 20$$



GRÀFIC 6.1. Diagrama de dispersió entre els residus en valor absolut i la variable *bookval* en el model lineal.

$$BPG = nR_{ra}^2 = 20 \times 0.5220 = 10.44$$

Com $\chi_1^{2(0.01)} = 6.64 < 10.44$, es rebutja la hipòtesi nul·la d'homoscedasticitat per a un nivell de significació de l'1%, en conseqüència per $\alpha = 0.05$ i per $\alpha = 0.10$.

$$W = nR_{ra}^2 = 20 \times 0.6017 = 12.03$$

Com $\chi_2^{2(0.01)} = 9.21 < 12.03$, es rebutja la hipòtesi nul·la d'homoscedasticitat per a un nivell de significació de l'1%.

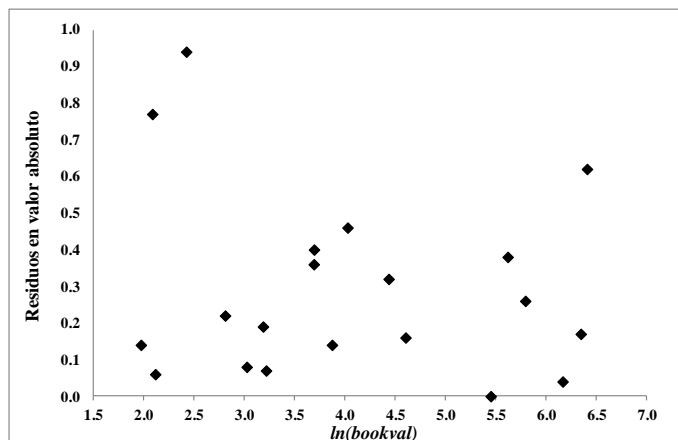
6.5 Heteroscedasticitat

EXEMPLE 6. 7. Contrastos d'heteroscedasticitat en el model doblement logarítmic per explicar el valor de mercat dels bancs espanyols (Cont.)

Heteroscedasticitat en el model doblement logarítmic

$$\ln(\text{marktval}) = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.265) (0.062)



GRÀFIC 6.2. Diagrama de dispersió entre els residus en valor absolut i la variable $\ln(\text{bookval})$ en el model doblement logarítmic

QUADRE 6. 7. Contrastos d'heteroscedasticitat en el model doblement logarítmic per explicar el valor de mercat dels bancs espanyols.

<i>Contrast</i>	<i>Estadístic</i>	<i>Valors taules</i>
Breusch-Pagan	$BP = nR_{ra}^2 = 1.05$	$\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$
White	$W = nR_{ra}^2 = 2.64$	$\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$

6.5 Heteroscedasticitat

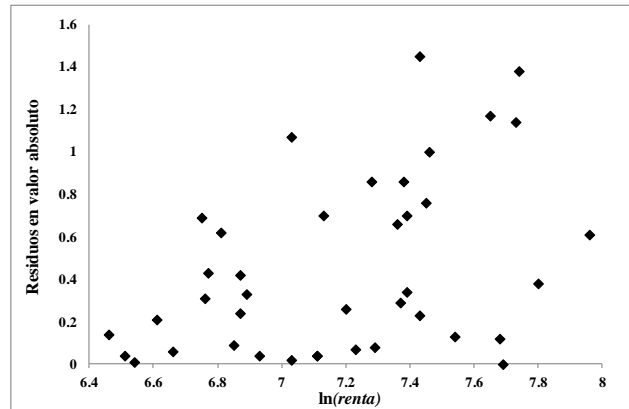
EXEMPLE 6.8 Existeix heteroscedasticitat en la demanda de serveis d'hostaleria? (fitxer *hostel*)

$$\ln \text{hostel} = \beta_1 + \beta_2 \ln(\text{inc}) + \beta_3 \text{secstud} + \beta_4 \text{terstud} + \beta_5 \text{hhsiz} + u$$

$$\ln(\text{hostel})_i = -16.37 + 2.732 \ln(\text{inc})_i + 1.398 \text{secstud}_i + 2.972 \text{terstud}_i - 0.444 \text{hhsiz}_i$$

(2.26)
(0.324)
(0.258)
(0.333)
(0.088)

$$R^2 = 0.921 \quad n = 40$$



GRÀFIC 6.3. Diagrama de dispersió entre els residus en valor absolut i la variable $\ln(\text{inc})$ en l'estimació del model d'hostaleria.

QUADRE 6. 8. Contrastos d'heteroscedasticitat en el model de demanda de serveis d'hostaleria.

<i>Contrast</i>	<i>Estadístic</i>	<i>Valors taules</i>
Breusch-Pagan	$BP = nR_{ra}^2 = 7.83$	$\chi_2^{2(0.05)} = 5.99$
White	$W = nR_{ra}^2 = 12.24$	$\chi_2^{2(0.01)} = 9.21$

6.5 Heteroscedasticitat

EXEMPLE 6.9 Errors estàndard consistents en la determinació del valor de les accions dels bancs espanyols (Continuació exemple 6.7)
(fitxer *bolmad95*)

No consistent

$$\text{marktval} = 29.42 + 1.219 \text{bookval}$$

(30.85) (0.127)

$$\ln(\text{marktval}) = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.265) (0.062)

Procediment White

$$\text{marktval} = 29.42 + 1.219 \text{bookval}$$

(18.67) (0.249)

$$\ln(\text{marktval}) = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.3218) (0.0698)

6.5 Heteroscedasticitat

EXEMPLE 6.10 Aplicació de mínims quadrats ponderats en la demanda de serveis d'hostaleria (continuació 6.8) (*fitxer hostel*)

$$|\hat{u}_i| = \underset{(0.143)}{0.0239} + \underset{(2.73)}{0.0003} inc \quad R^2 = 0.1638$$

$$|\hat{u}_i| = \underset{(-1.34)}{-0.4198} + \underset{(2.82)}{0.0235} \sqrt{inc} \quad R^2 = 0.1733$$

$$|\hat{u}_i| = \underset{(5.39)}{0.8857} - \underset{(-2.87)}{532.1} \frac{1}{inc} \quad R^2 = 0.1780$$

$$|\hat{u}_i| = \underset{(-2.46)}{-2.7033} + \underset{(2.88)}{0.4389} \ln(inc) \quad R^2 = 0.1788$$

Estimació WLS

$$\ln(hostel)_i = \underset{(2.15)}{-16.21} + \underset{(0.309)}{2.709} \ln(inc)_i + \underset{(0.247)}{1.401} secstud_i + \underset{(0.326)}{2.982} terstud_i - \underset{(0.085)}{0.445} hhsiz_e_i$$

$$R^2 = 0.914 \quad n = 40$$

6.6 Autocorrelació

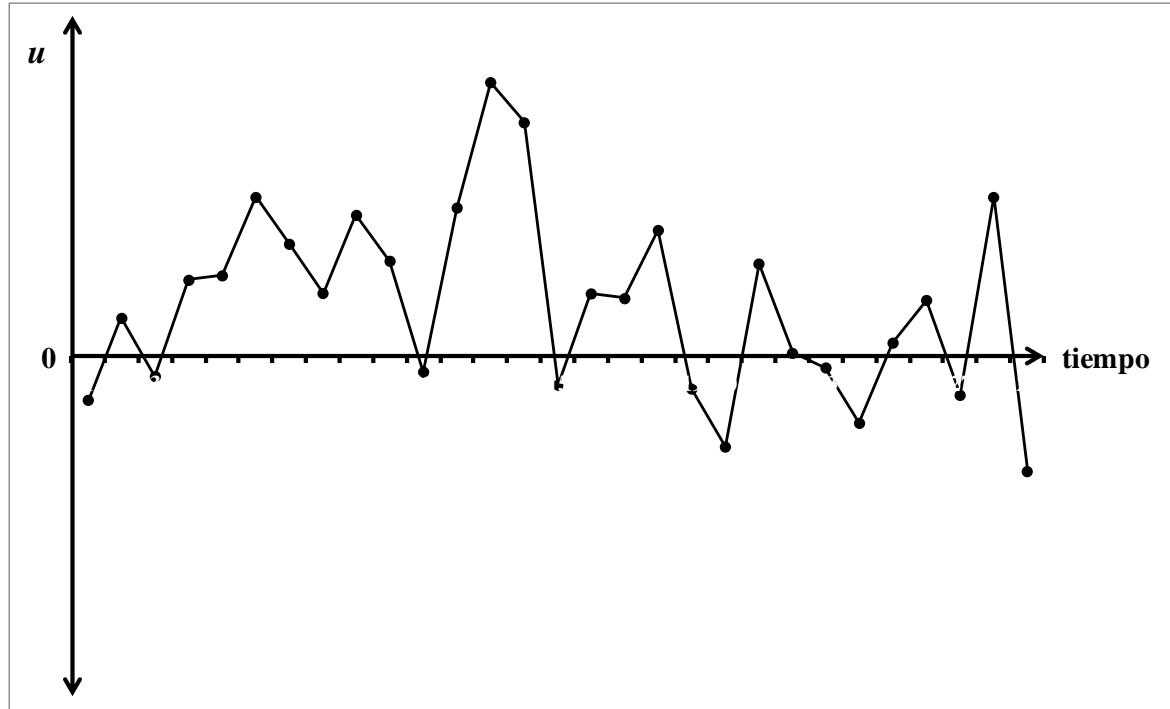


FIGURA 6.3. Gràfic de pertorbacions no autocorrelacionades.

6.6 Autocorrelació

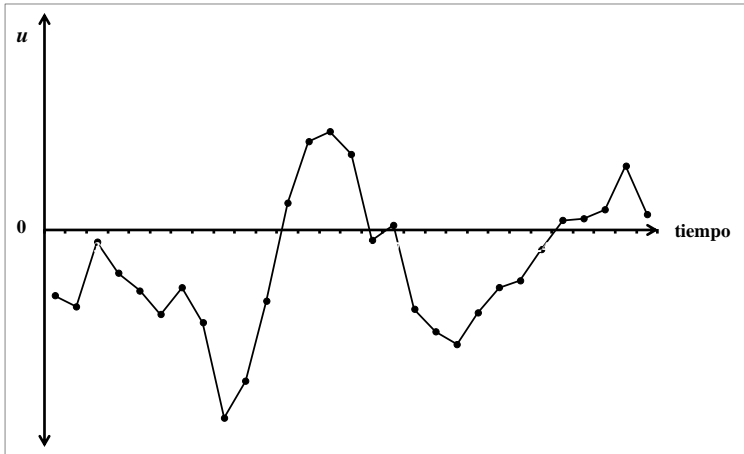


FIGURA 6.4. Gràfic de perturbacions autocorrelacionades positivament.

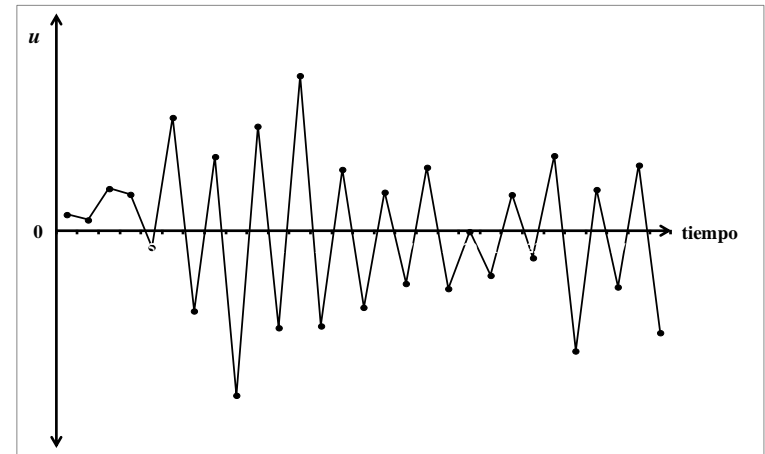


FIGURA 6.5. Gràfic de perturbacions autocorrelacionades negativament.

6.6 Autocorrelació

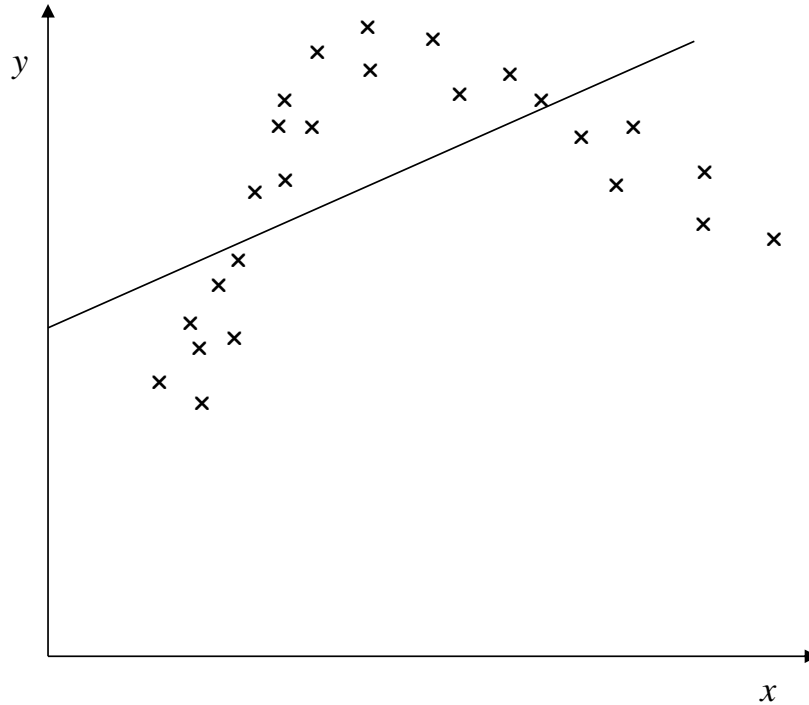


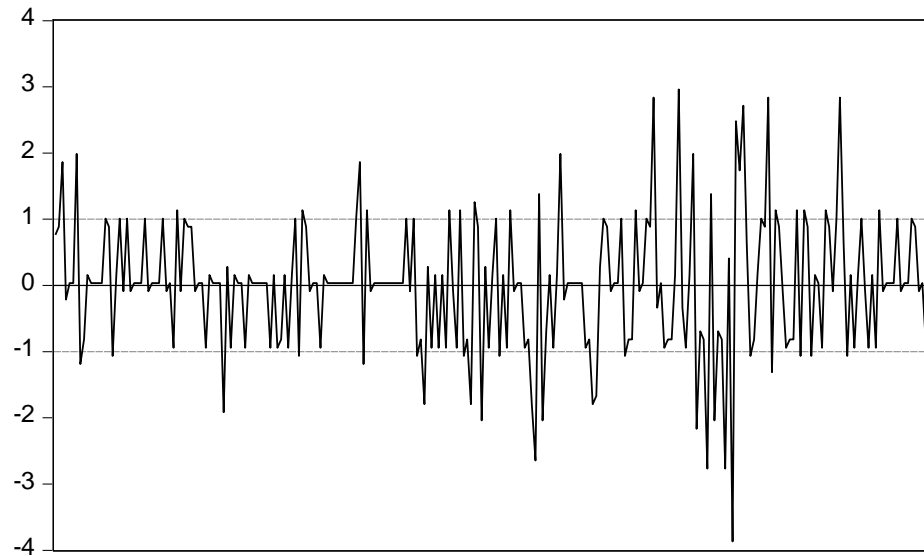
FIGURA 6.6. Pertorbacions autocorrelacionades degudes a un biaix d'especificació.

6.6 Autocorrelació

EXEMPLE 6.11 Autocorrelació en el model per determinar l'eficiència de la Borsa de Madrid (fitxer *bolmadedf*)

$$d_L=1.664; \quad d_U=1.684$$

Ja que $DW=2.04 > d_U$, s'accepta la hipòtesi nul·la de que les pertorbacions no estan autocorrelacionades, per a un nivell de significació de l'1%.



GRÀFIC 6.4. Residus estandarditzats en l'estimació del model per a determinar l'eficiència de la Borsa de Madrid

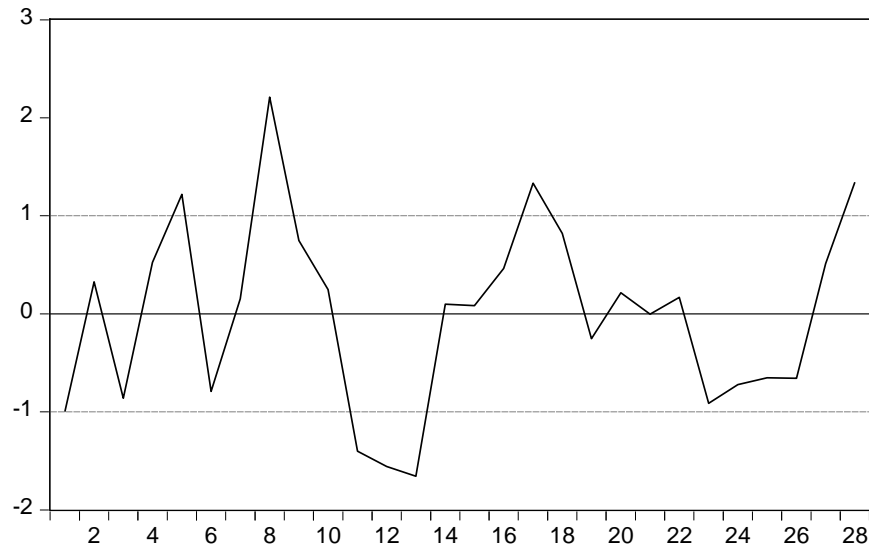
6.6 Autocorrelació

EXEMPLE 6.12 Autocorrelació en el model sobre la demanda de peix (fitxer *fishdem*)

Per $n=28$ y $k'=3$, i per a un nivell de significació de l'1%:

$$d_L=0.969; \quad d_U=1.415$$

Atès que $d_L < 1.202 < d_U$, no hi ha evidències suficients ni per acceptar la hipòtesi nul·la, ni per rebutjar-la.



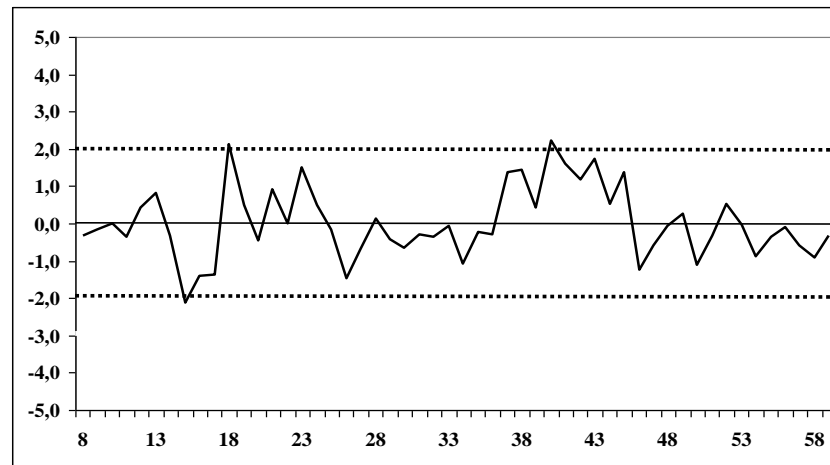
GRÀFIC 6.5. Residus estandarditzats en l'estimació del model de demanda de peix

6.6 Autocorrelació

EXEMPLE 6.13 Autocorrelació en el cas de Lydia E. Pinkham (fitxer pinkham)

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n \text{var } \hat{\beta}_j}} = \left[1 - \frac{d}{2}\right] \sqrt{\frac{n}{1 - n \text{var } \hat{\beta}_j}} = \left[1 - \frac{1.2012}{2}\right] \sqrt{\frac{53}{1 - 53 \times 0.0814^2}} = 3.61$$

Donat aquest valor de h , es rebutja la hipòtesi nul·la de no autocorrelació, ja que la hipòtesi nul·la es rebutja per $\alpha = 0.01$ i, fins i tot, per $\alpha = 0.001$, d'acord amb la taula de la normal.



GRÀFIC 6.6. Residus estandarditzats en l'estimació del model del cas Lydia E. Pinkham

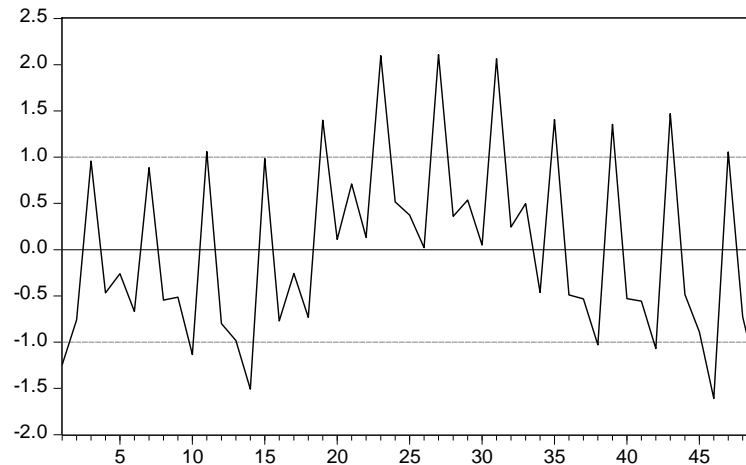
6.6 Autocorrelació

EXEMPLE 6.14 Autocorrelació en un model per explicar les despeses dels residents a l'estranger (fitxer *qnatacsp*)

$$\ln(\text{turimp}_t) = -17.31 + 2.0155 \ln(\text{gdp}_t)$$

(3.43) (0.276)

$$R^2 = 0.531 \quad DW = 2.055 \quad n = 49$$



GRÀFIC 6.7. Residus estandarditzats en el model per explicar les despeses dels residents a l'estranger

Per a un esquema $AR(4)$, és igual a $nR_{ar}^2 = 36.35$. Donat aquest valor de BG , es rebutja la hipòtesi de no autocorrelació per $\alpha=0.01$, ja que $\chi_5^{2(\alpha)}=15.09$.

6.6.4 Errors estàndard HAC

QUADRE 6.9. Estadístiques t , convencional i HAC, en el cas de Lydia E. Pinkham (Continuació de l'exemple 6.13) (fitxer *pinkham*)

regressor	t convencional	t HAC	ràtio
<i>intercept</i>	2.644007	1.779151	1.49
<i>advexp</i>	3.928965	5.723763	0.69
<i>sales(-1)</i>	7.45915	6.9457	1.07
<i>d1</i>	-1.499025	-1.502571	1.00
<i>d2</i>	3.225871	2.274312	1.42
<i>d3</i>	-3.019932	-2.658912	1.14